

Ultrasonic Microscope 取扱説明書 (Ver. 1.0)

2022.12 AO Quest

はじめに

本ソフトウェアは超音波顕微鏡の振動子のビームをシミュレーションします。主に「集束ビームのパワーがどうなるのか?」が判ります。本題は波動光学に基づいた高度なシミュレーションとなっています。

具体的には振動子の端面から出力された超音波が媒質 I(例：水)を伝搬, 次に媒質 II(例: 半導体のモールド樹脂)を伝搬し, 観察対象の表面(メタル配線等)で超音波ビームが集束する, というシミュレーションを実行できます。

動作環境

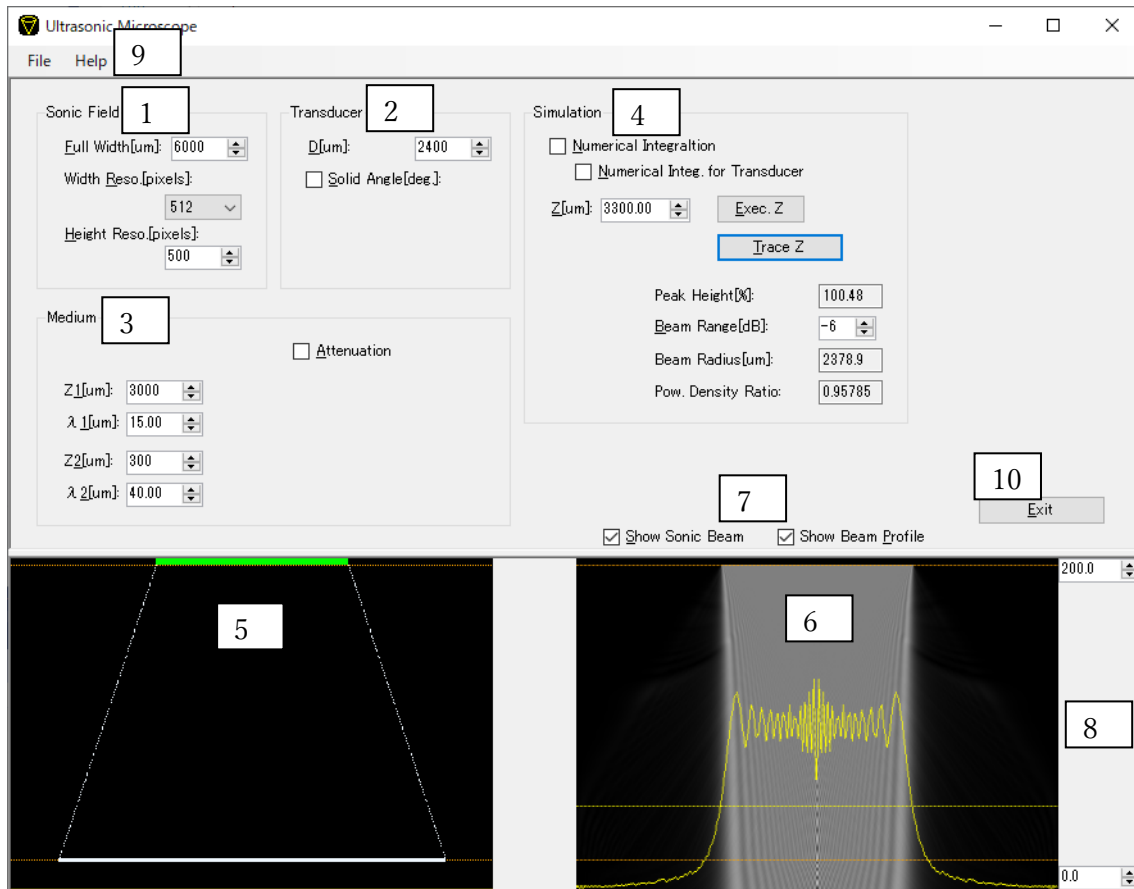
* Windows10 64bit 以降

* .Net Framework4.8

インストール方法

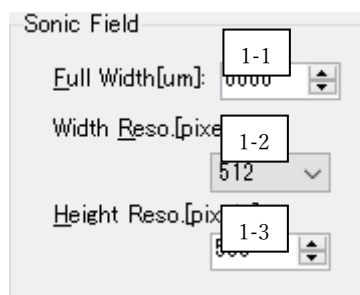
インストーラはありません。フォルダを任意のローカルにコピーしてからソフトウェア (UltrasonicMicroscope.exe)を実行してください。

ソフトウェアの機能説明



1. Sonic Field

音場を設定します。



1-1. Full Width

音場の幅[um]を設定します。

1-2. Width Reso.

音場の幅の分解能を画素数(サンプル点数)で設定します。

1-3. Height Reso.

音場の高さの分解能を画素数(サンプル点数)で設定します。FFT(高速フーリエ変換)を用いるため2の冪となります。

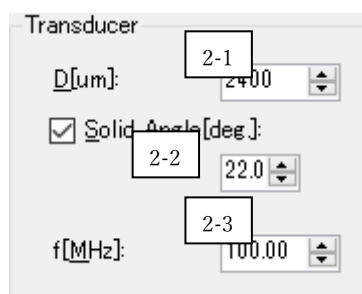
(1-2)と本項(1-3)により

$$\text{Width Reso} \times \text{Width Reso} \times \text{Height Reso}$$

の直方体内でシミュレーションを実行することとなります。

2. Transducer

振動子を設定します。振動子の開口は円形としてあり、これを変更することはできません。



2-1. D

振動子の直径[um]を設定します。

2-2. Solid Angle

振動子の立体角[°]を設定します。チェックしない場合、平板振動子となります。

2-3. f

振動子に印加する周波数[MHz]を設定します。媒質の減衰モデル(3-1)を導入する場合に参照するパラメータです。基本的に周波数は次節(3)の媒質での波長で設定します。

3. Medium

媒質 I と媒質 II を設定します。

Medium

3-1 Attenuation (V=fλ)

Z1[um]: 3-2

λ 1[um]: 3-3

Z2[um]: 3-6

λ 2[um]: 3-7

α 1[E-15 s²/m]: 3-4

R1[E+6 kg/m²·s]: 3-5

α 2[E-15 s²/m]: 3-8

R2[E+6 kg/m²·s]: 3-9

3-1. Attenuation

シミュレーションモデルに媒質伝搬の減衰および媒質境界での透過率を導入します。

3-2. Z1

媒質 I の高さ(厚み)[um]を設定します。

3-3. λ 1

媒質 I での波長[um]を設定します。

3-4. α 1

媒質 I の減衰係数[$\times 10^{-15} \text{ s}^2/\text{m}$]を設定します。

3-5. R1

媒質 I の音響インピーダンス[$\times 10^6 \text{ kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$]を設定します。媒質境界での透過率は音響インピーダンスの比で決定されます。

3-6. Z2

媒質 II の高さ(厚み)[um]を設定します。

3-7. λ 2

媒質 II での波長[um]を設定します。

3-8. α 2

媒質 II の減衰係数[$\times 10^{-15} \text{ s}^2/\text{m}$]を設定します。

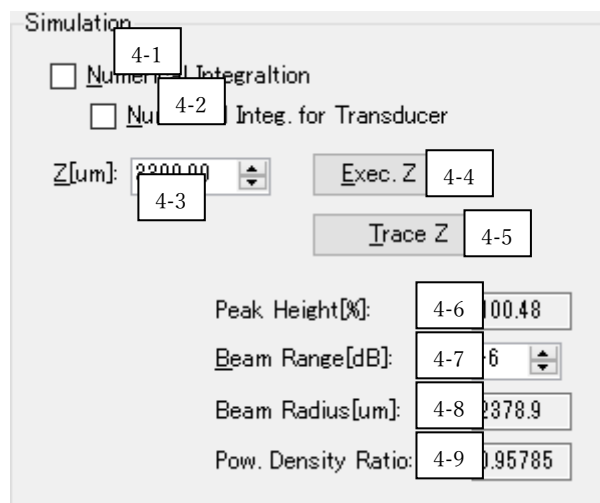
3-9. R2

媒質 II の音響インピーダンス[$\times 10^6 \text{ kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$]を設定します。媒質境界での透過

率は音響インピーダンスの比で決定されます。

4. Simulation

シミュレーションを実行します。



4-1. Numerical Integration

全ての伝搬をスペクトルでの伝達関数を用いずに、空間領域の数値積分でシミュレーションするかどうかを設定します。

4-2. Numerical Integ. For Transducer

曲率のある振動子 - 振動子で立体角を指定した場合(2-2), 振動子端面までの媒質 I における伝搬を空間領域での数値積分でシミュレーションするかどうかを設定します。

4-3. Z

振動子端面から距離 Z の位置を観察面として設定します。観察面は Z 位置の参照線(5-5)の黄線で表示されます。

4-4. Exec. Z

前項(4-3)の観察面 Z のビームプロファイルをシミュレーションします。

4-5. Trace Z

振動子からの音波の伝搬を媒質 II の底面までトレースします。トレースの様子は Beam Display Plane(6)に表示されます。

4-6. Peak Height

ビームプロファイルのピークでの強度[%]を表示します。振動子端面(原振)での振幅を 100%とします。

4-7. Beam Range

観察面でのビームパワーを算出する範囲を設定します。ビームプロファイルのピークの半値半幅をパワー算出の範囲とする場合、-6dB を設定します。

4-8. Beam Radius

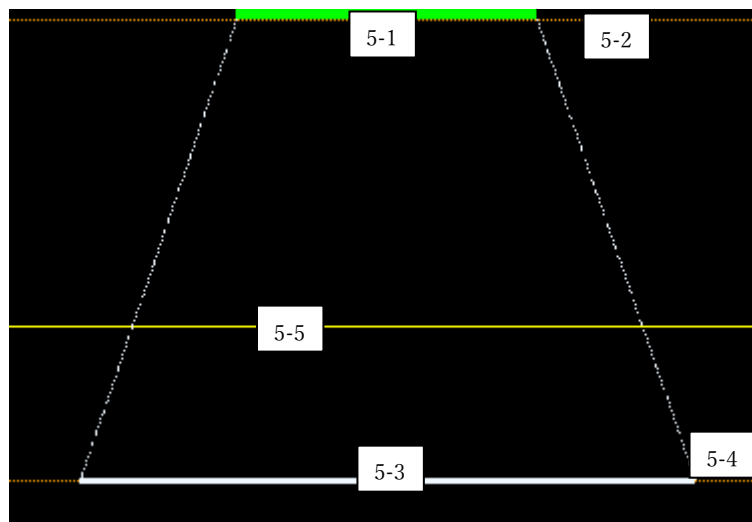
ビームパワーを算出する範囲の半径を表示します。半径は Beam Range(4-7)で決定されます。

4-9. Pow. Density Ratio

振動子の出力端でのパワー密度と観察面でのビームのパワー密度の比です。パワー密度とは単位画素(1-2 参照)あたりの振幅強度です。パワーの集束がどれほどになるのか評価できます。

5. 音場表示ペイン

音場設定の様子を表示します。



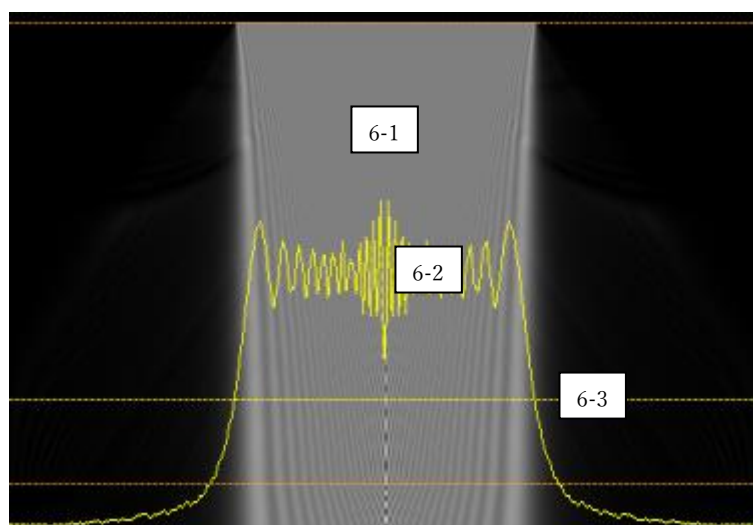
5-1. 振動子

振動子を緑線で表示します。

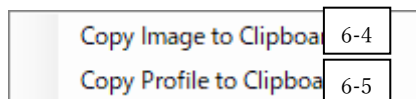
- 5-2. 振動子と媒質 I の境界
振動子と媒質 I の境界を橙の破線で表示します。この線の横幅がシミュレーション空間の幅ということになります。
- 5-3. 臨界角の範囲
臨界角の範囲を白線で表示します。臨界角は媒質 I の波長(3-3)と媒質 II の波長(3-7)で決定されます。
- 5-4. 媒質 I と媒質 II の境界
媒質 I と媒質 II の境界を橙の破線で表示します。
- 5-5. Z 位置の参照線
観察面 Z(4-3)を黄線で表示します。

6. ビーム表示ペイン

このペインではシミュレーション結果のビーム画像とビームプロファイルを表示します。



また、ペイン上でコンテキストメニューを開くことができます。



- 6-1. ビーム画像
モノクロ画像でビームプロファイルを表示します。Trace Z(4-5)で画像表示できます。画像の表示状態を(7), (8)で変更, 調整することができます。

6-2. ビームプロファイル

観察面 Z(4-3)でのビームプロファイルを黄線で表示します。

6-3. ビーム径の基準線

ビームパワーを算出する範囲を決定するためのレベル線を黄の破線で表示します。

6-4. Copy Image to Clipboard

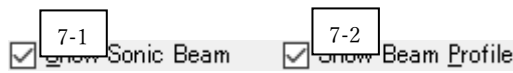
ビーム画像(6-1)の画像をクリップボードにコピーします。

6-5. Copy Profile to Clipboard

ビームプロファイル(6-2)を CSV 形式のテキストでクリップボードにコピーします。

7. Show Sonic Beam/ Show Beam Profile

Beam Display Pane(6)の表示状態を変更します。



7-1. Show Sonic Beam

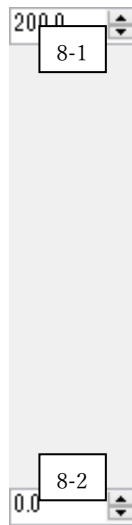
ビーム画像(6-1)を表示するかどうかを設定します。

7-2. Show Beam Profile

ビームプロファイル(6-2)とビーム径の基準線(6-3)を表示するかどうかを設定します。

8. ビーム画像のコントラスト

ビーム画像(6-1)のコントラストを調整します。コントラスト調整の閾値は原振の振幅を 100%とし、百分率で設定します。



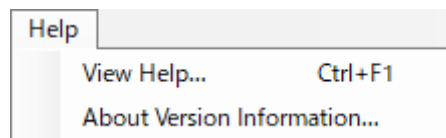
8-1. 上限閾値

コントラストの上限閾値を設定します。閾値以上のビームは白(255)で表示されます。

8-2. 下限閾値

コントラストの下限閾値を設定します。閾値以下のビームは黒(0)で表示されます。

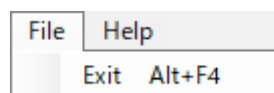
9. Help



View Help	ヘルプ (本稿) を表示します。
About Version Information	バージョン情報を表示します。

10. Exit

ソフトウェアを終了します。これは File メニューからも実行できます。



付録

光と音の波動関数

一般に, 音波はヘルムホルツ方程式(1)が基礎となる.

$$(\nabla^2 + k^2)U = \nabla^2 U + k^2 U = 0 \quad (1)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

まず(1)の由来に触れる. ここで k は単位長あたりの波の個数($\times 2\pi$)であり, 波数(正確には角波数)である(2). 波動関数は位置と時間の関数であるが, これをスカラー関数とすればスカラー理論とされる. 一方, 光を表現するマクスウェル方程式は(3)~(6)である. ただし下記は電流や電荷がなくて電磁場のみがある(真空中など)仮定である.

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (6)$$

t : 時間

μ : 媒質の透磁率

ϵ : 媒質の誘電率

$E = E(x, y, z)$: 電場

$H = H(x, y, z)$: 磁場

x, y, z : 空間軸

$\nabla \times = \text{rot}$: 回転(外積)

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$: 勾配

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$: x, y, z 軸の単位ベクトル

ここで、マクスウェル方程式からヘルムホルツ方程式を導出することができる。(3)は電場以外積による微小変動(空間における回転)を与えれば、すなわち磁場の微小変動(時間変化)となることを表している。さて(3)の左辺にさらに回転を加え、(5)を適用すれば(7)となる。

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E} \quad (7)$$

一方、(3)の右辺も同様に回転を加え、(4)を適用すれば(8)となる。

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) &= \nabla \times \left(-\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \nabla \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \vec{H})}{\partial t} \\ &= -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (8) \end{aligned}$$

結合して(9)とできる。

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

磁場に関しても同様に求めることができる(10)。

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (10)$$

ここで光速と媒質の屈折率はそれぞれ(11), (12)で定義される。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (11)$$

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \quad (12)$$

μ_0 : 真空の透磁率

ϵ_0 : 真空の誘電率

(12)を変形して(13)である。

$$\epsilon_0 = \epsilon / n^2 \quad (13)$$

これを(11)に代入して(14)となる。

$$\begin{aligned} c^2 &= \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{n^2}{\mu_0 \epsilon} \\ \epsilon &= \frac{n^2}{\mu_0 c^2} \quad (14) \end{aligned}$$

よって、 $\mu = \mu_0$ を仮定すれば(15)である。

$$\mu\epsilon = \mu \frac{n^2}{\mu_0 c^2} = \mu_0 \frac{n^2}{\mu_0 c^2} = \frac{n^2}{c^2} \quad (15)$$

これを(9), (10)に代入して(16), (17)とすることができる.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (16)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

これらは波動関数 u として表現すれば(18)の形式である.

$$\nabla^2 u - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (18)$$

具体的に, 波動を極座標系の関数としてみる(19).

$$u(r, t) = A(r) \cos(2\pi f t - \varphi(r)) = \text{Re}\{U(r) \exp(-i2\pi f t)\} \quad (19)$$

$$U(r) = A(r) \exp(-i\varphi(r))$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

A : 振幅関数

φ : 位相関数

f : 周波数

これを(18)に代入すれば(20)となる.

$$\nabla^2 \text{Re}\{U(r) \exp(-i2\pi f t)\} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \text{Re}\{U(r) \exp(-i2\pi f t)\} = 0$$

$$\nabla^2 U(r) \cdot \text{Re}\{\exp(-i2\pi f t)\} - \frac{n^2}{c^2} U(r) \text{Re}\left\{\frac{\partial^2}{\partial t^2} \exp(-i2\pi f t)\right\} = 0$$

$$\nabla^2 U(r) \cdot \text{Re}\{\exp(-i2\pi f t)\} - \frac{n^2}{c^2} U(r) \cdot (-4\pi^2 f^2) \cdot \text{Re}\{\exp(-i2\pi f t)\} = 0$$

$$\nabla^2 U(r) + \frac{4\pi^2 f^2 n^2}{c^2} U(r) = 0 \quad (20)$$

ここで波数の定義(2)は(21)とも書ける.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f n}{c} \quad (21)$$

$$\left(\lambda = \frac{c}{f n}\right)$$

これを(20)に代入して既述の(1)となる.

$$\nabla^2 U(r) + k^2 U(r) = 0 \quad (1)$$

以上, 光と音の波動に関して簡単にまとめる.

- * 光波は電場と磁場の2つの波動がある.
- * 音波は一つの波動があるのみ.
- * 電場と磁場はその微小変動量が回転(外積)の関係にある.

伝搬(回折)の伝達関数

伝搬の伝達関数をヘルムホルツ方程式(1)より導出する。まず回折波 g として周波数変換(フーリエ変換)を(22), (23)で定義する。

$$G(u, v, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y, z) \exp(-i2\pi(ux + vy)) dx dy \quad (22)$$

$$g(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) dudv \quad (23)$$

(1)に(23)を代入すれば(24)である。

$$(\nabla^2 + k^2)g = 0 \quad (24)$$

$$(\nabla^2 + k^2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) dudv = 0$$

積分と微分は関数が連続で偏微分可能であれば順序交換できる(25)。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\nabla^2 + k^2)\{G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy))\} dudv = 0 \quad (25)$$

ここで(26)とする。

$$(\nabla^2 + k^2)\{G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy))\} = 0 \quad (26)$$

(26)であれば(25)は成立する。一方(25)から(26)は一般に成立しない。しかしながら u, v は変数であるから(26)の左辺が奇関数でなければ積分値は零とはならない。ところが(26)のオペレータ $(\nabla^2 + k^2)$ の対象には伝達関数があり、この積分は奇関数に限定されるものではない。ゆえに、これを微分方程式と捉え、その解が伝達関数と考えるべきである。以上より(26)は必要十分条件とみなすことができる。(26)を展開すれば(27)である。

$$\begin{aligned} & (\nabla^2 + k^2)\{G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy))\} \\ &= \nabla \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) \{G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy))\} \right\} \\ &+ k^2 G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) = 0 \quad (27) \end{aligned}$$

赤字の部分を S とおいて展開を続ける(28)。

$$\begin{aligned}
S &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) \{ G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) \} \\
&= i2\pi u \cdot G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) + i2\pi v \cdot G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) \\
&\quad + \exp(i2\pi(ux + vy)) \frac{\partial}{\partial z} G(u, v, z) \quad (28)
\end{aligned}$$

さらに勾配をとる(29).

$$\begin{aligned}
\nabla S &= \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k} \right) S \\
&= -4\pi^2 u^2 \cdot G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) - 4\pi^2 v^2 \\
&\quad \cdot G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) + \exp(i2\pi(ux + vy)) \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(u, v, z) \\
&= -4\pi^2 (u^2 + v^2) G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) \\
&\quad + \exp(i2\pi(ux + vy)) \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(u, v, z) \quad (29)
\end{aligned}$$

これを(27)に代入すれば(30)である.

$$\begin{aligned}
&-4\pi^2 (u^2 + v^2) G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) + \exp(i2\pi(ux + vy)) \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(u, v, z) \\
&\quad + k^2 G(u, v, z) \exp(i2\pi(ux + vy)) = 0 \quad (30)
\end{aligned}$$

指数は共通項なので消去できて(31)とできる.

$$-4\pi^2 (u^2 + v^2) G(u, v, z) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} G(u, v, z) + k^2 G(u, v, z) = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} G(u, v, z) = -\{k^2 - 4\pi^2(u^2 + v^2)\} G(u, v, z)$$

2階微分することで同一の形式となる関数であるから, これを満たす G は指数関数でなければならぬ(32).

$$\begin{aligned}
G(u, v, z) &= \exp\left(i\sqrt{k^2 - 4\pi^2(u^2 + v^2)} \cdot z\right) \\
&= \exp\left(iz \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - 4\pi^2(u^2 + v^2)}\right)
\end{aligned}$$

$$= \exp\left(i2\pi z \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - u^2 - v^2}\right) \quad (32)$$

注意として(31)からの導出の過程で虚数*i*を平方の外に出す必要がある, これは平方内を正数とし, 伝達関数が波長より長い尺度で定義されることを意味している. 以上, ざっくりとだが波動光学で述べられる第一レーリー・ゾンマーフェルト解の伝達関数(33)[1]を得ることができた.

$$H(u, v; z) = \begin{cases} \exp\left(i2\pi z \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - u^2 - v^2}\right) & u^2 + v^2 \leq \frac{1}{\lambda^2} \\ 0 & u^2 + v^2 > \frac{1}{\lambda^2} \end{cases} \quad (33)$$

最後に, 回折を表す関数*g*はグリーン関数と呼ばれる. そして伝達関数*G*はそのスペクトル表現ということになる.

数値計算モデル

本ソフトウェアでは音波の伝搬を伝達関数*G*(33)で算出する(図1).

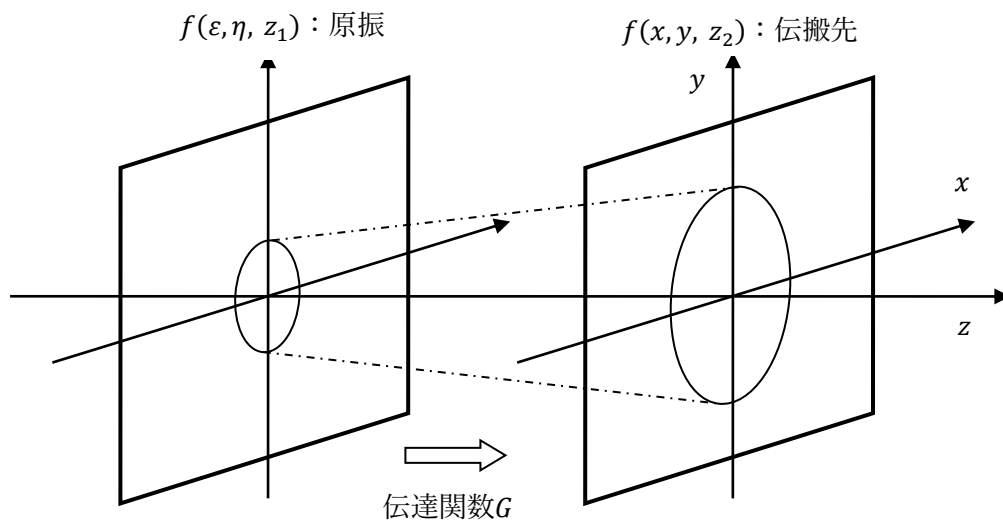


図1 波の伝搬 (回折)

手順としては図2となる.

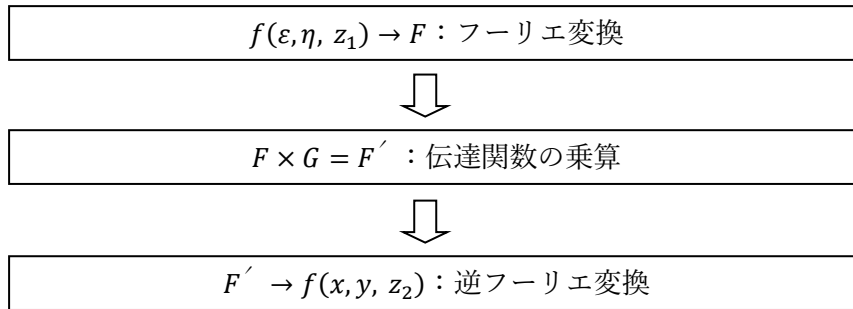


図2 伝搬（回折）の算出手順

伝達関数を用いる場合、この図2の手順を振動子、媒質境界、さらに観察面へ順次繰り返すこととなる。なお、振動子の立体角の対応についても、曲面の各部(z分解能毎)にこの手順を適用する。ここで(33)を0(零)とする場合、回折波が適正に構成されないとの危惧もある。だが、これは高周波による微細なプロファイルを表現できないというだけであり、エネルギーを失うわけではない。エネルギーは常に0次(DC成分)で保存される。結果として微小距離では近似としてよい。筆者は後述する(36)がこれに相当するか、何らかの関与があると考えている。

数値積分の場合、ホイヘンス・フレネルの原理(34)で算出する。

$$f(x, y, z_2) = \iint f(\varepsilon, \eta, z_1) g(r) d\varepsilon d\eta \quad (34)$$

$$g(r) = \frac{z_2 - z_1}{i\lambda} \frac{\exp(ikr)}{r^2} \quad (35)$$

$$r = \sqrt{(z_2 - z_1)^2 + (x - \varepsilon)^2 + (y - \eta)^2}$$

$$\text{ただし、} r \gg \lambda \quad (36)$$

数値積分では伝達関数と比較して下記の点で劣る。

* 離散化に加え、四則演算の繰り返しによる精度の低下

他にグリーン関数 g についてが、厳密には g のフーリエ変換が G ということではないように思う。筆者の試行では数学での証明はできていない。もし、数学での証明が可能とすれば数学公式集に記載があってもおかしくない相関である。また、波動光学では(34)が近似と述べられており、(36)の前提もある[1]。前者はスカラー回折理論(1)にある仮定そのものを指す。また(36)は(33)においても同様の前提である。以上からも、グリーン関数のフーリエ変換の相関は単に物理での認識であり、筆者は近似とみなしている。であれば、微分方程式(1)より

s

利用規約

本ソフトウェアはフリーウェアです. AO Quest はソフトウェアにより生じた損害ついていかなる責任も負いません.

お問い合わせ

本ソフトウェアの不具合・要望については下記 URL をご参照ください.

<https://ao-quest.com/>